

# AĞ KONTROL SİSTEMLERİNİN GENELLEŞTİRİLMİŞ MATEMATİKSEL MODELİNİN ÇIKARTILMASI VE AĞ GECİKMESİ ÜZERİNE BİR İNCELEME

H. Hüseyin SAYAN\*, Cemal YILMAZ\*, Nurettin DOĞAN\*\*

\* Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektrik Eğitimi Bölümü Beşevler / ANKARA, Tel: 0312 212 39 62 Fax: 0312 212 0059, [hsayan@gazi.edu.tr](mailto:hsayan@gazi.edu.tr), [cemal@gazi.edu.tr](mailto:cemal@gazi.edu.tr)

\*\* Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Bölümü Beşevler / ANKARA, Tel: 0312 212 39 76 Fax: 0312 212 0059, [ndoğan@gazi.edu.tr](mailto:ndoğan@gazi.edu.tr)

## ÖZET

Bu çalışmada, Ağ Kontrol Sistemleri (AKS)'nin genelleştirilmiş matematiksel modeli çıkarılmıştır. AKS'de meydana gelen ağ gecikmesinin nedenleri genel veri iletimi prensipleri temel alınarak incelenmiş ve sistem performansı üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir. Denetleyici, algılayıcı ve ağ ortamı gibi AKS bileşenlerinin ağ gecikmesindeki rolü sistemin matematiksel modelinde ortaya konmuştur. Bu açıdan konu ele alındığında ağ gecikmesinin telafisi için her bir neden ayrı ayrı ele alınarak daha etkili çözümler bulunabilmektedir. Çalışma; veri tipleri, ağ tipleri ve protokolleri gibi faktörlerle sınırlandırılmamış olup genel bir çalışma yapılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Ağ Kontrol Sistemleri, Ağ Gecikmesi, Matematik model

## SETTING UP A GENERALIZED MATHEMATICAL MODEL OF NETWORKED CONTROL SYSTEMS AND A RESEARCH ON NETWORK-INDUCED DELAY

### ABSTRACT

In this study the generalized mathematical model of the networked control systems have been set up. The reasons of the network-induced delay occurred in the networked control system are investigated by taking the principles of general data transmission as a base and their impacts on the system's performance are considered. The role of the NCS's components such as controller, sensor and network environment on the network-induced delay are included in the mathematical model of the system. As the issue is considered in this respect, more effective solutions can be found for the recovery of the network-induced delay by handling each reason separately. This is a general study, which is not limited with the factors such as data and network types and their protocols.

**Keywords:** Networked Control systems, Network-induced Delay, Mathematical model

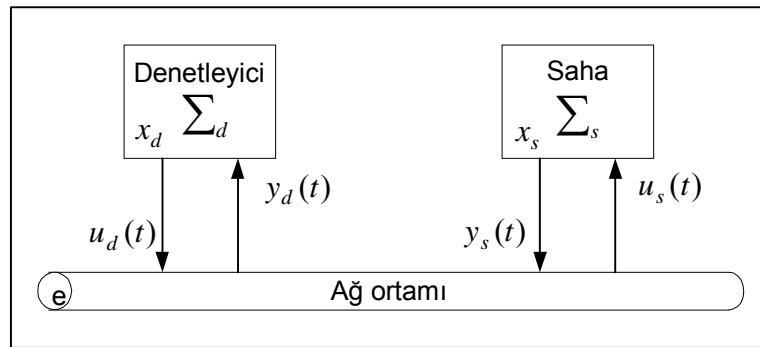
## 1. GİRİŞ

Ağ tabanlı kontrol sistemleri otomasyon sistemlerinin vazgeçilmez unsurlarından biridir. Klasik otomasyon sistemlerine kıyasla kablolama, bakım, kontrol edilebilirlik ve maliyet açısından daha üstün olan ağ tabanlı otomasyon sistemleri yapısı gereği bazı problemlere de sahiptir. AKS'nin kaçınılmaz problemlerinden biri olan "Ağ Gecikmesi" ve ağ gecikmesinin doğal sonucu olan sinyal zayıflaması bir model ile incelenerek AKS üzerindeki etkisi ve nedenleri incelenerek olumsuz etkilerini azaltmaya yönelik öneriler ortaya konmuştur.

Literatürde, AKS'nin veri tiplerine göre sınıflandırılarak incelendiği [1], ağ gecikmesinin sistem kararlılığı üzerindeki etkileri [2, 3] ve AKS karakteristiğini irdeleyen çalışmalar görülmektedir [4]. Bu çalışmada AKS'nin matematiksel modelini çıkartırken ağ üzerinde etkili olan her bir faktör ayrı ayrı modelde yerini almıştır. Bu yaklaşım ile, ağ gecikmesinde hangi faktörün ne oranda etkili olduğu ve çözüm yöntemleri daha kolay belirlenebilecektir.

## 2. AĞ KONTROL SİSTEMİ VE AĞ GECİKMESİ

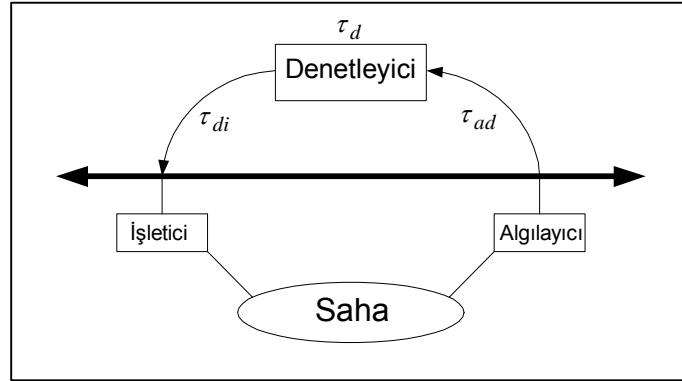
AKS'de veri iletimi; referans girişi, çıkış bilgisi ve kontrol girişi gibi bilgilerin kontrol sistemi bileşenleri (algılayıcılar, işletim elemanları, denetleyici) arasında iletimi ile gerçekleşir [5]. Şekil 2.1'deki AKS konfigürasyonunu dikkate alarak AKS'nin genelleştirilmiş matematiksel modeli oluşturulabilir. Bu denklemlerin çıkartılmasında AKS'ni; saha, denetleyici ve bu ikisi arasındaki bağlantıyı sağlayan ağ sistemi olarak ayrı ayrı ele almak analizini kolaylaştıracaktır [4, 6, 7].



Şekil 2.1. AKS konfigürasyonu

AKS'de algılayıcı, işletici ve denetleyici arasındaki gecikme, kontrol sistemi tasarımında dikkate alınmadığı takdirde sistemde kararsızlık ve performans düşüşü meydana gelir. Sistemde meydana gelen ağ gecikmesi iki gruba ayrılabilir (Şekil 2.2) [8].

- $\tau_{ad}$  algılayıcı-denetleyici arasındaki gecikme (sensor-to-controller)
- $\tau_{di}$  denetleyici- işletici arasındaki gecikme (controller-to-actuator)

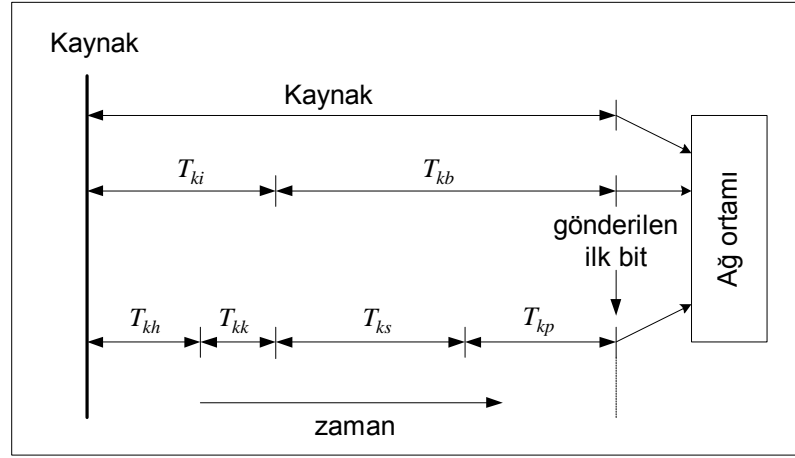


Şekil 2.2. Ağ gecikmesi blok şeması

Algılayıcı-denetleyici gecikmesi ( $\tau_{ad}$ ), denetleyici-işletici gecikmesi ( $\tau_{di}$ ), farklı karakteristiklere sahiptir. Algılayıcı çıkışından alınan mesajlara zaman bilgisi eklenirse, bu bilgi ile belirlenen kontrol sinyali değerlendirilmesi sonucunda, algılayıcı-denetleyici gecikmesi belirlenebilir. İşletici, denetleyiciden sonraki kısım olduğu için, denetleyiciden giden sinyalin işleticiye ne kadar sürede ulaşacağı ve gecikmenin ne kadar olacağı tam olarak bilinemez.

### 3. AKS VERİ İLETİMİ ANALİZİ

Bir AKS'de veri iletimi sırasında geçen zaman üç temel aşamada incelenir. Bunlardan birincisi veriyi gönderen kaynak noktası (Şekil 3.1), ikincisi verinin iletimini sağlayan ağ ortamı ve üçüncüsü de verinin alındığı hedef noktadır.

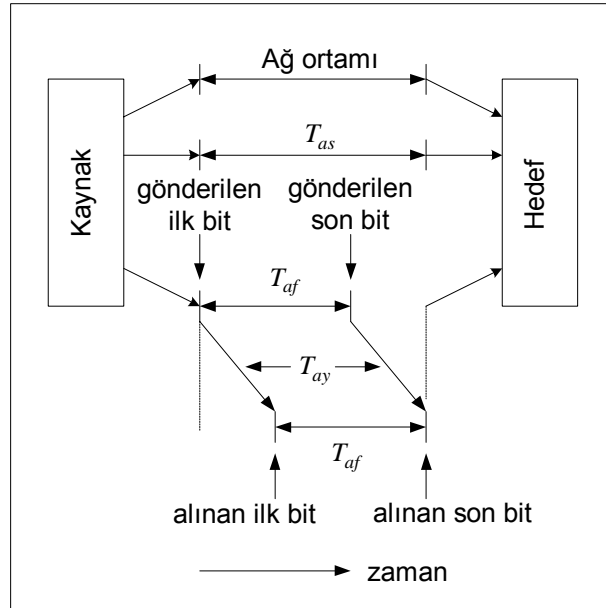


Şekil 3.1. Kaynak noktası zaman analizi

$T_{ki} = T_{kh} + T_{kk}$  ifadesinde  $T_{ki}$  = Kaynak noktası önileme süresi,  $T_{kh}$  = Kaynak noktası hesaplama süresi ve  $T_{kk}$  = Kaynak noktası kodlayıcı süresidir. Verilerin kodlanması, ağ veri formatına göre düzenlenmesi gibi işlemlerin yapıldığı, sabit tutulabilecek ya da ihmal edilebilecek kadar az olan önileme süresi yazılım ve donanıma bağlı olarak değişmektedir.

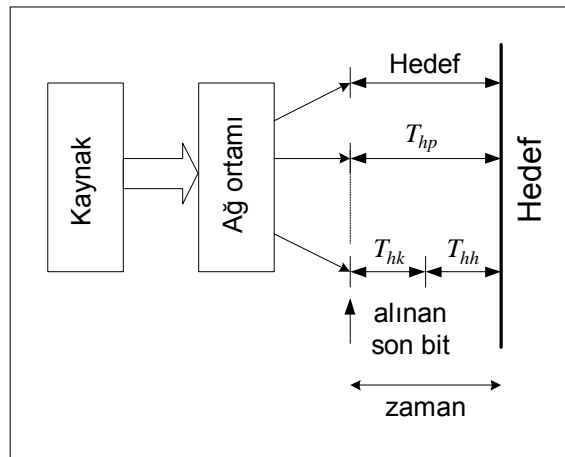
$T_{kb} = T_{ks} + T_{kp}$  olup burada,  $T_{kb}$  = Kaynak noktası bekleme süresi,  $T_{ks}$  = Mesaj sıra bekleme süresi,  $T_{kp}$  = Mesaj paketleme (blokaj) süresidir. Bu sürenin uzunluğu, gönderilen verinin miktarına ve ağ veri trafiğine bağlı olarak değişmektedir. Bu konuda asıl belirleyici unsur kullanılan ağ protokolüdür. Ağ protokolünde yapılan mesaj iletim yöntemi tanımlaması mesajın göndericide ne kadar bekleyeceğini belirleyen önemli bir faktördür.

Şekil 3.2'de verinin ağ yolu üzerindeki iletim esası ve sırası gösterilmiştir. Ağ ortamında verinin iletim hızını, dolayısıyla ağ ortamında harcanan süreyi etkileyen en önemli faktör, kullanılan veri iletim teknolojisidir. Veri iletim teknolojisi, kullanılan kablo (fiber optik, koaksiyel vb) ve iletim protokolü olarak açıklanabilir. Kısaca ağ ortamındaki hız kullanılan kablonun teknik özelliklerine de bağlıdır.



Şekil 3.2. Ağ ortamı zaman analizi

$T_{as} = T_{af} + T_{ay}$  ifadesinde  $T_{as}$  = Ağ ortamında iletim süresi,  $T_{ay}$  = Ağ ortamında yayılım süresi ve  $T_{af}$  = Ağ ortamı mesaj yapılandırma (frame) süresidir. Mesajın boyutu, veri yoğunluğu, iki nokta arasındaki mesafe (iletim hattı uzunluğu) gibi faktörler iletim süresini belirleyen ana konulardır. Şekil 3.3'te hedef noktada harcanan süre içerisinde gerçekleşen işlemler görülmektedir.



Şekil 3.3. Hedef noktası zaman analizi

$T_{hp} = T_{hk} + T_{hh}$  eşitliğinde,  $T_{hp}$  = Hedef adreste posta işlemi süresi,  $T_{hk}$  = Hedef noktası kod çözücü süresi ve  $T_{hh}$  = Hedef adreste hesaplama süresidir. Mesaj kodlarının çözülmesi ve verinin ağ formatından fiziksel katman formatına dönüştürülmesi bu süre içerisinde gerçekleşen işlemlerdir.

Şekil 3.1, 3.2 ve 3.3'ten aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$T_g = T_h - T_k$  veya  $T_g = T_{ki} + T_{kb} + T_{as} + T_{hp}$  şeklinde yazılabilir. Buradan,

$T_g = (T_{kh} + T_{kk}) + (T_{ks} + T_{kp}) + (T_{ay} + T_{af}) + (T_{hk} + T_{hh})$  son şekli elde edilir.

Burada;

$T_k$  = Kaynak adreste veri iletimi başlangıç zamanı,  $T_h$  = Hedef noktada veri alımı bitiş zamanı ve  $T_g$  = İki nokta arasındaki veri iletiminde meydana gelen toplam gecikme süresidir.

#### 4. AKS MATEMATİKSEL MODELİ

AKS'de ağ gecikmesi ve veri iletimi analizleri dikkate alınarak sırasıyla saha, denetleyici ve ağ kontrol sistemi tasarımının matematiksel modeli aşağıdaki gibi çıkartılabilir [2].

Saha,

$$\dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s u_s(t) \quad (4.1)$$

$$y_s(t) = C_s x_s(t) \quad (4.2)$$

Denetleyici,

$$\dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u_d(t) \quad (4.3)$$

$$u_d(t) = C_d x_d(t - \tau_d) + D_d u_d(t - \tau_d) \quad (4.4)$$

Burada;  $\tau_d = T_{ki} + T_{kb} = (T_{kh} + T_{kk}) + (T_{ks} + T_{kp})$  eşitlikleri kullanılabilir.

Ağ Kontrol Sistemi, saha ve denetleyiciyle birlikte,

$$0 \leq \tau_1 = \tau_{ad} \leq \tau_{adc,max} = \tau_{1,max}$$

$$0 \leq \tau_2 = \tau_{ad} + \tau_d \leq \tau_{ad,max} + \tau_{d,max} = \tau_{2,max}$$

$$0 \leq \tau_3 = \tau_{di} + \tau_d \leq \tau_{di,max} + \tau_{d,max} = \tau_{3,max}$$

eşitsizliklerini sağlar. Burada,  $\tau_{ad} = T_{as} + T_{hp} = (T_{af} + T_{ay}) + (T_{hk} + T_{hh})$  ve

$\tau_{di} = T_{as} = T_{af} + T_{ay}$  dir.  $x_s = T_{hk} + T_{hh}$  ve  $x_d = T_{ks} + T_{kb}$  olmak üzere

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_s x_s(t) \\ A_d x_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s u_s(t) \\ B_d u_d(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_s \\ A_d \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B_s \\ B_d \end{bmatrix} u(t) \\ &= \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s & 0 \\ 0 & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s(t) \\ u_d(t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Toplamdaki ikinci terim gecikmelerde gözönünde bulundurularak yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} B_s & 0 \\ 0 & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s(t) \\ u_d(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_s C_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(t - \tau_1) \\ x_d(t - \tau_1) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_s D_d C_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_s(t - \tau_2) + \begin{bmatrix} 0 & B_s C_s \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_s(t - \tau_3)\end{aligned}$$

olur. Ayrıca

$$A = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_d \end{bmatrix} \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_s C_s & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} B_s D_d C_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & B_s C_s \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

olmak üzere bu sistem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t - \tau_1) + A_2 x(t - \tau_2) + A_3 x(t - \tau_3) \quad (4.5)$$

$$y(t) = [C_s \quad 0]x(t) \quad (4.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$$x(t) = [x_s(t) \quad x_d(t)]^T \quad (4.7)$$

$$y_d(t) = y_s(t - \tau_{ad}) \quad (4.8)$$

$$u_s(t) = u_d(t - \tau_{di}) \quad (4.9)$$

dir.

## 5. SONUÇ

AKS güvenilir ve düşük maliyetli bir sistem olmasına karşın kendine özgü problemleri vardır. AKS'nin, ağ gecikmesi ve buna bağlı olarak sinyal zayıflaması yada veri paketlerindeki bozulmalar sistem güvenilirliğini sarsmayacak düzeyde tutulmalıdır. Ağ gecikmesi ( $\tau_{ad} + \tau_{di}$ ) verinin iletiildiği ağ ortamı ile ilgilidir ve ağ ortamındaki bu gecikme; veri trafiğinin yoğunluğu, ağ protokolünün karakteristiği ve

ağın fiziksel donanımı ile doğrudan ilgilidir. Veri trafiği yoğunluğu AKS çevre birimlerinin sayısı ile ilgili olup sistemin büyüklüğü ile doğru orantılı olarak değişir ve bunu değiştirmek mümkün değildir. Ağ protokolünün karakteristiği ise kullanılan veri iletimindeki kuralları belirler, bu konudaki tercih kurulan sistemin özelliğine bağlıdır ve uygun protokoller kullanıldığı takdirde hem veri iletimi hızlı olacak hem de sistem güvenilirliği yüksek olacaktır. Ağ gecikmesindeki önemli faktörlerden bir de ağın sahip olduğu fiziksel donanımdır ve ağdaki konnektörden kabloya kadar bütün bileşenler önemlidir. Çünkü ağın maksimum hızı en düşük hıza sahip donanım ile sınırlıdır. Belirlenen bu kriterlerde doğru tercihler yapıldığında ağ gecikmesi minimum seviyede kalacaktır.

## **TEŞEKKÜR**

Yazarlar, bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde finansman desteği sağlayan Gazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Fonu'na teşekkürü bir borç bilir.

## **KAYNAKLAR**

1. Hong, S.P., Yong, H.K., Don-Sung, K., Wook H.K., "A scheduling method for network-based control systems", Control Systems Technology, IEEE Transactions on vol. 10, Issue 3, 318-330, May 2002.
2. Yong, H.K., Wook, H.K., Hong, S.P., "Stability and a scheduling method for network-based control systems", Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, Proceedings of the 1996 IEEE IECON 22nd International Conference on , vol:2, pp. 934 –939, Aug 1996.
3. Branicky, M.S., Phillips, S.R., Wei Z., "Stability of networked control systems: explicit analysis of delay", American Control Conference, Proceedings of the 2000 , vol:4, 2352 -2357.
4. Walsh, G.C., Hong Y., "Scheduling of networked control systems", IEEE Control Systems Magazine, vol:21, 57–65, Feb 2001.

5. Suk, L., Sang, H.L., Kyung, C.L., "Remote fuzzy logic control for networked control system", Industrial Electronics Society, IECON'01. The 27th Annual Conference of the IEEE , vol:3, 1822 –1827, 2001.
6. Mo-Yuen, C., Yodyium, T., "Network-based control systems: a tutorial" Industrial Electronics Society, 27th Annual Conference of the IEEE, vol:3, 1593-1602, 2001.
7. Wei, Z., Branicky, M.S., Phillips, S.M., "Stability of networked control systems", IEEE Control Systems Magazine , vol:21, 84–99, Feb. 2001.
8. Feng-Li, L., Moyne, J., Tilbury, D., "Analysis and modeling of networked control systems: MIMO case with multiple time delays", American Control Conference, Proceedings of the 2001, vol:6, 4306-4312.