

Problem Set 4

25.1. Aşağıdaki başlangıç değer problemini $x=0$ 'dan 2'ye kadar olan aralıkta analitik olarak çözün:

$$\frac{dy}{dx} = yx^2 - 1.2y$$

25.4. Problem 25.1'i çözmek için adım büyüklüğü $h=0.5$ ve 0.25 ile orta nokta yöntemini kullanın.

25.5. Problem 25.1'i çözmek için adım büyüklüğü $h=0.5$ ile RK yöntemini kullanın

25.6. $x=0$ 'dan 1'e kadar olan aralık boyunca aşağıdaki başlangıç değer problemi için 25.1'den 25.5'e kadar olan problemleri yeniden yapın:

$$\frac{dy}{dx} = (1+x)\sqrt{y}, \quad y(0) = 1$$

25.7. Aşağıdaki diferansiyel denklemi çözmek için (a) Euler, (b) Heun (iterasyonsuz) yöntemlerini kullanın:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - t + y = 0$$

Burada $y(0)=2$ ve $y'(0)=0$ 'dır. $h=0.1$ kullanarak $x=0$ 'dan 4'e kadar integre edin. Çözümlerin grafiğini çizerek yöntemleri karşılaştırın.

25.8. Aşağıdaki problemi dördüncü dereceden Runge Kutta yöntemiyle çözün:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 0.5\frac{dy}{dx} + 7y = 0$$

Burada $y(0)=4$ ve $y'(0)=0$ 'dır. $h=0.5$ kullanarak $x=0$ 'dan 5'e kadar çözün. Sonuçların grafiğini çizin.

25.20. Sönümlü bir yay-kütle sisteminin hareketi aşağıdaki adi diferansiyel denklemle tanımlanır.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Burada x = denge konumundan olan uzaklık (m), t = zaman (s), $m = 10$ kg kütle ve c = sönüm katsayısıdır (N.s/m). Sönüm katsayısı üç farklı değer alır; 5 (sönümlemesiz), 40 (kritik sönümlenmeli) ve 200 (aşırı sönülmenmiş). Yay sabiti $k=40$ N/m dir. Başlangıç hızı sıfır ve başlangıç yer değiştirmesi $x=1$ m'dir. Sayısal bir yöntem kullanarak bu problemi $0 \leq t \leq 15$ s'lik zaman periyodunda çözün. Aynı eğri üzerinde sönüm katsayısının her üç değeri için zamana göre yer değiştirmenin grafiğini çizin.

25.21. Eğer su dikey bir tanktan tabandaki bir vana açılarak boşaltılırsa, tank doluyken su hızlı akacak ve boşaldıkça yavaşlayacaktır. Bu bilgiden hareketle, su seviyesinin düşme hızı şöyledir;

$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$$

Burada k, boşaltma deliğini şekliyle, tank ve boşaltma deliğinin kesit alanına bağlı bir sabittir. Su derinliği y feet ve zaman t saniye cinsinden ölçülmüştür. Eğer k=0.1 ise, su derinliği başlangıçta 9 ft iken tankın ne kadar sürede boşalacağını hesaplayın. Euler denklemini uygulayarak ve bir bilgisayar programı yazarak veya Excel kullanarak bu problemi çözün. 0.5 dakikalık zaman aralıkları kullanın.

25.22. Aşağıdaki denklem ikinci dereceden bir başlangıç değer diferansiyel denklemdir. Bu denklemi iki ayrı birinci dereceden diferansiyel denkleme ayırın;

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (5x)\frac{dx}{dt} + (x+7)\sin(\omega t) = 0$$

burada

$$\frac{dx}{dt}(0) = 1.5 \quad \text{ve} \quad x(0) = 6$$

olup $\omega=1$ alın. Ayırıklaştırma işleminden sonra MATLAB'ın ode45 komutunu kullanın ve yer değiştirme ile hızın zamana göre grafiğini elde etmek için çizim özelliklerinden yararlanın.

28.3. Tamamen karıştırılmış bir kimyasal reaktör için kütle dengesi şöyle yazılabilir;

$$V \frac{dc}{dt} = F - Qc - kV_c^2$$

Burada V=hacim (10 m³), c=derişiklik (g/m³), F= besleme oranı (200 g/dakika), Q=debi (1m³/dakika) ve k= ikinci dereceden tepkime hızıdır (0.1 m³/g dakika). Eğer c(0)=0 ise, ADD'yi kararlı bir seviyeye ulaşıncaya dek çözün. Orta nokta yöntemini (h=0.5) kullanın ve sonuçlarınızın grafiğini çizin.

28.5. Tuz giderme tesisleri içilebilir olması için deniz suyunu artıma amacıyla kullanılır. 8g tuz/kg içeren deniz suyu, 0.5 kg/dakika debi ile iyi karıştırılmış bir tanka pompalanmaktadır. Çözelti dengesinin saf su olduğunu varsayın. Hatalı tasarım nedeniyle, su tanktan 0.5 kg/dakika hızla buharlaşmaktadır. Tuz çözeltisi 10 kg/dakika debi ile tankı terk etmektedir.

(a) Tank başlangıçta 100 kg çözeltiyle doluysa, çıkış pompası açıldıktan ne kadar süre sonra tank kuruyacaktır.

(b) Tank içindeki tuz derişikliğini zamanın fonksiyonu olarak belirlemek için sayısal yöntemleri kullanın.

28.6. 5 cm çapında küresel bir buz parçası (bir buz küresi), 0°C'taki buzdolabından alınmış ve T_a=20°C oda sıcaklığında bir ızgara üzerine konmuştur. Buz parçasının çapını buzdolabından alındıktan sonraki zamanın fonksiyonu olarak ifade edin (eriyen tüm suyun hemen ızgaradan damlayacağını varsayın). Durgun bir odadaki bir küre için ısı transfer katsayısı h yaklaşık 3W/(m².K)'dir. Buz küresinden havaya olan ısı akısı şöyle tanımlanmıştır;

$$Ak_i = \frac{q}{A} = H(T_a - T)$$

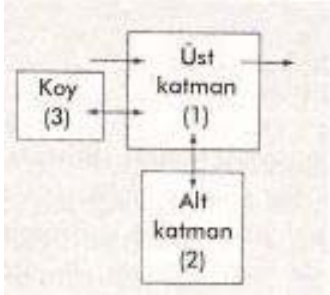
Burada q=ısı ve A=kürenin yüzey alanıdır. Hesaplarınız yapmak için sayısal bir yöntem kullanın.

28.8. A bileşiği 4 cm uzunluğundaki bir tüpte yayılmakta ve yayıldığı sürece tepkimeye katılmaktadır. Oluşan bu tepkimeli yayılmanın denklemi şöyledir:

$$D \frac{d^2A}{dx^2} - kA = 0$$

Tüpün ucunda, 0.1 M derişikliğinde büyük bir A kaynağı vardır. Tüpün diğer ucunda ise A'yı hızla emen bir malzeme vardır ve derişikliği 0 M yapmaktadır. D=1X10⁻⁶ cm²/s ve k=4X10⁻⁶ s⁻¹ ise, tüpten uzaklığın fonksiyonu olarak A derişikliği nedir?

28.17. Bir çevre mühendisi, tabakalaşmış bir göl ve komşu koylar arasındaki karılımin tahmin edilmesiyle ilgilenmektedir.



Konservatif bir izleme maddesi koy suyuna kısa bir süre içinde karıştırılmış ve daha sonra üç bölümde de izleme süresi boyunca gözlenmiştir. Değerler şöyledir

t	0	2	4	6	8	12	16	20
c ₁	0	16	12	8	5	3	2	1
c ₂	0	2	5	6	6	5	4	3
c ₃	100	48	28	17	11	5	3	1

Kütle dengesi kullanılan bu sistem aşağıdaki gibi eş zamanlı ADD'lerle modellenenir:

$$V_1 \frac{dc_1}{dt} = -Qc_1 + E_{12}(c_2 - c_1) + E_{13}(c_3 - c_1)$$

$$V_2 \frac{dc_2}{dt} = E_{12}(c_1 - c_2)$$

$$V_3 \frac{dc_3}{dt} = E_{13}(c_1 - c_3)$$

Burada $V_i = i$ bölmesinin hacmi, $Q =$ debi, $E_{ij} = i$ ve j bölmeleri arasındaki yayılma karışma hızıdır. $V_1 = 1 \times 10^7$, $V_2 = 8 \times 10^6$, $V_3 = 5 \times 10^6$ ve $Q = 4 \times 10^6$ ise yukarıdaki verileri ve diferansiyel denklemleri kullanarak E 'leri tahmin edin.

17.4. Aşağıdaki verilere düz bir doğru uydurmak için en küçük kareler regresyonunu kullanın:

x	1	3	5	7	10	12	13	16	18	20
y	4	5	6	5	8	7	6	9	12	11

Eğim ve kesme noktasından başka, tahminin standart hatasını ve korelasyon katsayısını hesaplayın. Verilerin ve regresyon doğrusunun grafiğini çizin. Daha sonra problemi, y 'ye göre x için yani değişkenlerin yerini değiştirerek yeniden çözün. sonuçlarınızı yorumlayın.

17.5. Aşağıdaki verilere düz bir doğru uydurmak için en küçük kareler regresyonunu kullanın:

x	5	6	10	14	16	20	22	28	28	36	38
y	30	22	28	14	22	16	8	8	14	0	4

Eğim ve kesme noktasından başka, tahminin standart hatasını ve korelasyon katsayısını hesaplayın. Verilerin ve regresyon doğrusunun grafiğini çizin. Eğer birisi ek bir ölçümle $x=5$, $y=5$ değerlerini bulmuş olsa, standart hata ve görsel incelemeye dayanarak bu ölçümün geçerli veya hatalı olduğundan kuşku duyar mısınız? Sonucunuzun nedenini açıklayın.

17.6. Aşağıdaki verilere düz bir doğru uydurmak için en küçük kareler regresyonunu kullanın:

x	2	3	4	7	8	9	5	5
y	9	6	5	10	9	11	2	3

(a) Eğim ve kesme noktasından başka, tahminin standart hatasını ve korelasyon katsayısını hesaplayın. Verilerin ve regresyon doğrusunun grafiğini çizin. Uyumu değerlendirin.

(b) Verilere parabol uydurmak için polinom regresyonunu kullanarak (a)'yı yeniden yapın. Sonuçlarınızı karşılaştırın.

17.16. Aşağıdaki verilere bir parabol uydurmak için doğrusal olmayan regresyon kullanın.

x	0.075	0.5	1	1.2	1.7	2.0	2.3
y	600	800	1200	1400	2050	2650	3750

17.21. Aşağıdaki veriler, %40 kalay, %60 kurşun ve katı lehim dolgusundan oluşan bir telin oda sıcaklığındaki akma deneyinden elde edilmiştir. Bu, b,r test numunesine sabit bir yük uygulanırken zamanla birim boydaki (uzama) artışı ölçülerek yapılmıştır. Doğrusal bir regresyon yöntemi uygulayarak, (a) verilere en uyan doğrunun denklemini, (b) R-kare değerini bulun. Sonuçlarınızın grafiğini çizin. Sıfır anında doğru orjinden geçmekte midir, burada herhangi bir uzama olmalı mıdır? Eğer doğru orjinden geçmiyorsa, geçmesi için onu zorlayın. Bu yeni doğru verilerin eğilimini göstermekte midir? Sıfır anında sıfır uzama veren ve aynı zamanda verilerin eğilimini de gösteren yeni bir denklem önerin.

Zaman Dakika	Uzama %	Zaman Dakika	Uzama %	Zaman Dakika	Uzama %
0.083	0.099	3.587	0.262	7.090	0.431
0.584	0.130	4.087	0.295	7.590	0.452
1.084	0.160	4.588	0.319	8.091	0.474
1.585	0.184	5.088	0.342	8.591	0.497
2.085	0.204	5.589	0.365	9.092	0.517
2.586	0.229	6.089	0.387	9.592	0.540
3.086	0.252	6.590	0.409	10.095	0.562

17.22. Aşağıdaki veriler bir SAE70 yağının viskozitesiyle sıcaklık arasındaki bağıntıyı göstermektedir. Verilerin algoritmasını aldıktan sonra, verilere uyan en iyi denklemi ve R-kare değerini hesaplamak için doğrusal regresyon kullanın.

Viskozite, kg//m.s	1.35	0.085	0.012	0.0007580
Sıcaklık, °F	80	200	300	600

17.23. Aşağıdaki veriler bir su kültüründeki bakteriyel büyümeyi günlere göre göstermektedir:

Gün	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Miktar x10⁶	67.38	70.93	74.67	78.60	82.74	87.10	91.69	92.51	101.60	106.95	112.58

Verilerin eğimine uyan en iyi denklemi bulun. Farklı olasılıkları deneyin: polinom, logaritmik ve üstel. 30 gn sonraki bakteri miktarını tahmin etmek amacıyla en iyi denklemi bulmak için istediğiniz bir yazılım paketi kullanın.

19.1. Bir reaktördeki pH, bir gün boyunca sinüsoidal bir şekilde değişmektedir. Aşağıdaki veriler için eşitlik 19.11' e uyan eğriyi en küçük kareleri kullanarak pH'nin ortalanasını, genliğini ve en büyük olduğu zamanı belirleyin.

Zaman, saat	0	2	4	5	7	8.5	12	15	20	22	24
pH	7.3	7	7.1	6.4	7.4	7.2	8.9	8.8	8.9	7.9	7

20.2. Bir gaz için değişik sıcaklıklarda (T)özgül ısının (c) aşağıdaki değerlerini deneylerle elde edin.

T	-40	-20	10	70	100	120
c	1250	1280	1350	1480	1580	1700

T'nin bir fonksiyonu olarak c'yi tahmin için regresyon kullanarak bir bağıntı elde edin.

20.7. Bir plastiğin çekme direncinin ısı işleme tabi tutulma süresinin bir fonksiyonu olarak arttığı bilinmektedir. Aşağıdaki veriler toplanmıştır:

Süre	10	15	20	25	40	50	55	60	75
Çekme Direnci	4	20	18	50	33	48	80	60	78

Bu verilerden bir doğru geçirin ve doğrunun denklemi yardımıyla 30 dakikalık süredeki çekme direncini hesaplayın.

20.12. Aşağıdaki veriler karıştırılan bir reaktörden alınmıştır. Aşağıdaki tepkime için tablodaki verileri kullanarak en uygun k_0 ve E_1 değerlerini bulun:

$A \longrightarrow B$

$$-\frac{dA}{dt} = k_0 e^{-\frac{E_1}{RT}} A$$

Burada R gaz sabiti olup, 0,00198 kcal/mol/K değerine eşittir.

$-dA/dt$ (mol/litre/s)	A (mol/litre)	T (K)
460	200	280
385	100	300
960	150	320
940	80	350
1530	60	400
2485	50	450
1600	20	500
1245	10	550

20.24. Su kaynakları mühendisliğinde rezervlerin büyüklüğü, suyu tutulan nehirdeki su debisinin hassas tahminlerine bağlıdır. Bazı nehirler için, bu tür debi verilerinin uzun dönemli eski kayıtlarını elde etmek zordur. Buna karşılık, yağışla ilgili geçmiş yıllara ait meteorolojik veriler genellikle kullanışlıdır. Daha sonra bu ilişki, sadece yağış ölçümlerinin yapıldığı yıllar için debiyi belirlemek amacıyla kullanılabilir. Suyu tutulan bir nehir için aşağıdaki veriler mevcuttur:

Yağış, cm	88.9	101.6	104.1	139.7
Debi, m ³ /s	114.7	172.0	152.9	269

- verilerin grafiğini çizin.
- doğrusal regresyonla verilerden düz bir doğru geçirin. Bu doğruyu grafiğe ekleyin.
- yağış 120 cm ise yıllık su debisini tahmin etmek için en doğru uydurmasını kullanın.

20.25. Aşağıdaki tabloda büyük göllerdeki fosfor (p, mg/m³) ve klorofil a (c, mg/m³) derişiklikleri verilmiştir;

	p	c
Superior Gölü	4.5	0.8
Michigan Gölü	8.0	2.0
Huron Gölü	5.5	1.2
Erie Gölü		
Batı yatağı	39.0	11.0
Merkez yatak	19.5	4.4
Doğu yatağı	17.5	3.8
Ontario Gölü	21.0	5.5

Klorofil derişikliği a su içinde ne kadar yaşam olduğunu göstermektedir. Aynı şekilde, suyun ne kadar bulanık ve kirli olduğunu da göstermektedir. Yukarıdaki verileri kullanarak p 'nin fonksiyonu olarak c bağıntısını belirleyin. Bu denklemi kullanarak Erie gölünün batı yatağındaki fosfor derişikliğinin su arıtılması yoluyla 15 mg/m^3 e düşürülmesi durumunda elde edilebilecek klorofil seviyesini tahmin edin.

20.38. İletken (elektrik) bir malzemenin sıcaklığının fonksiyonu olarak yüzde cinsinden uzamasını belirlemek için deney yapılmıştır. Elde edilen veriler şöyledir:

Sıcaklık, °C	200	250	300	375	425	475	525	600
% uzama	11	13	13	15	17	19	20	23

Sıcaklığın 400°C olması durumunda % uzamayı hesaplayın.